**ÔN TẬP HÌNH BÌNH HÀNH**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

1. Định nghĩa: Hình bình hành là tứ giác có các cặp cạnh đối song song

 là hình bình hành    
- Chú ý: Hình bình hành là hình thang đặc biệt có hai cạnh bên song song

2. Tính chất: Trong hình bình hành

- Tính chất về cạnh: Các cạnh đối bằng nhau

- Tính chất về góc: Các góc đối bằng nhau

- Tính chất về đường chéo: Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

- Tính chất đối xứng: Giao điểm hai đường chéo của hình bình hành là tâm đối xứng của hình bình hành

3. Dấu hiệu nhận biết

- Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành

- Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành

- Tứ giác có hai cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau là hình bình hành

- Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành

- Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành  
**B. Bài tập và các dạng toán**

**Dạng 1: Chứng minh 1 tứ giác là hình bình hành**

**Cách giải:** Vận dụng các dấu hiệu nhận biết để chứng minh 1 tứ giác là hình bình hành

**Bài 1:** Cho hình bình hành ABCD, đường chéo BD. Từ A và C kẻ AE, CF vuông góc với BD ở H và K. Chứng minh tứ giác AHCK là hình bình hành

**Lời giải**

Ta có:  là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

**Bài 2:** Cho hình bình hành ABCD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Qua điểm O, vẽ đường thẳng a cắt hai đường thẳng AD, BC lần lượt tại E, F. Qua điểm O vẽ đường thẳng b cắt hai cạnh AB, CD lần lượt tại H, K. Chứng minh tứ giác EKFH là hình bình hành

**Lời giải**

Ta có 

Lại có 

Xét tứ giác EKFH, có :  là hình bình hành ( dấu hiệu nhận biết )

**Bài 3:** Cho hình bình hành ABCD. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự ta lấy hai điểm H và G sao cho DH = BG và trên các cạnh AB, CD theo thứ tự lấy các điểm E, F sao cho AE = CF. Chứng minh rằng EFGH là hình bình hành

**Lời giải**

Theo giải thiết ta có: AE = CF 





là hình bình hành ( dấu hiệu nhận biết )

**Dạng 2: Vận dụng tính chất của hình bình hành để chứng minh tính chất hình học**

- Chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau

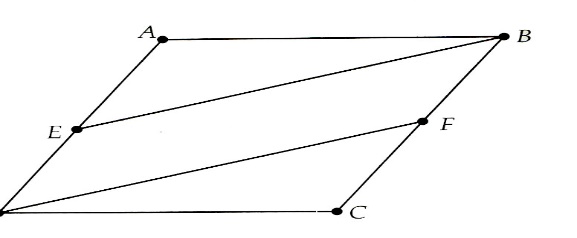
- Chứng minh các góc bằng nhau

- Chứng minh các đường thẳng song song

- Chứng minh các tam giác bằng nhau

**Cách giải:** Vận dụng định nghĩa và các tính chất về cạnh, góc, đường chéo của hình bình hành để giải toán.

**Bài 4:** Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là trung điểm của AD, F là trung điểm của BC Chứng minh

a)  b) 

**Lời giải**

a) Ta chứng minh được BEDF là hình bình hành

⇒ BE = DF và .

Cách khác: ΔAEB = ΔCFD (c.g.c) suy ra BE = DF và 

b) Vì BEDF hình bình hành ⇒ ĐPCM.

**Bài 5:** Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến AD, BE, CF. Đường thẳng kẻ qua E song song với AB, qua F song song với BE cắt nhau tại G. Chứng minh rằng

a. Tứ giác AFEG là hình bình hành b. D, E, G thẳng hàng và CG = AD

**Lời giải**

a. là hình bình hành là hình bình hành ( các cạnh đối song song )

b. D, E, G thẳng hàng và CG = AD là hình bình hành 

Ta có: 

**Bài 6 [B]:** Cho hình bình hành ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo. E và F lần lượt là trung điểm của OD và OB

a. Chứng minh rằng AE // CF

****b. Gọi K là giao điểm của AE và DC. Chứng minh rằng 

**Lời giải**

a. Xét tứ giác AECF có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường  là hình bình hành 

b. Qua O kẻ OH // CF // AE

Xét , có EK là đường trung bình của tam giác 

Xét hình thang EFCK, có: OH là đường trung bình Từ (1)(2) 

**Bài 7:** Cho hình bình hành ABCD. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Gọi M và N lần lượt là giao điểm của AI và CK với BD. Chứng minh

a.  b.  c. DM = MN = NB

**Lời giải**

a. Ta có là hình bình hành  b. Vì AKCI là hình bình hành 

c. Theo câu a 

**Bài 8:** Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến AD, BE, CF trong đó AD = 3cm, BE = 4cm, 

a. Vẽ điểm K sao cho D là trung điểm của EK, chứng minh rằng tứ giác AFKD là hình bình hành

****b. Tính độ dài đoạn thẳng CF

**Lời giải**

a.  là hình bình hành  

b. Tính FC  vuông tại K và BE = KC ( BECK là hình bình hành )



**Bài 9:** Cho tam giác ABC vuông trực tâm H. Gọi M là trung điểm của BC, các đường trung trực của BC và AC cắt nhau tại O. Trên tia đối của tia OC lấy điểm K sao cho OK = OC. CMR:

****a. Tứ giác AHBK là hình bình hành b. 

**Lời giải**

a. Tứ giác AHBK là hình bình hành 

b. Ta có 

**Bài 10:** Cho tam giác ABC trực tâm H. Các đường thẳng vuông góc với AB tại B, vuông góc với AC tại C cắt nhau ở D, Chứng minh rằng

a. Tứ giác BDCH là hình bình hành b. 

****c. H, M, D thẳng hàng ( MB = MC ) d. 

**Lời giải**

a. Tứ giác BDCH có:  là hình bình hành ( dấu hiệu nhận biết )

b. Xét Tứ giác BDCH có: 

c. Ta có là hình bình hành, M là trung điểm của BClà trung điểm của DH 

thẳng hàng nhau.

d. Xét , có là đường trung bình của    


**Dạng 3: Chứng minh ba điểm thẳng hàng, các đường thẳng đồng quy**

**Cách giải:** Vận dụng tính chất về đường chéo của hình bình hành

**Bài 11:** Cho hình bình hành ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OD

a. Chứng minh rằng tứ giác AMCN là hình bình hành

b. Tia AM cắt BC ở E, tia CN cắt AD ở F. Chứng minh rằng AC, BD, EF đồng quy

**Lời giải**

a. Cách 1: Ta có  là hình bình hành   
Cách 2:  là hình bình hành.

b. Ta có AC và BD cắt nhau tại O, ta đi chứng minh AC cắt EF tại O

+) 

+) Ta có: 

Vậy  là hình bình hành 

**Bài 12:** Cho tam giác ABC và O là một điểm thuộc miền trong của tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA và L, M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn OA, OB, OC Chứng minh rằng EL, EM, DN đồng quy.

**Lời giải**

Gọi I là trung điểm cảu LE, ta có: DL // EN // OB

****Và  là hình bình hành

Chứng minh tương tự ta có: LMEF là hình bình hành  đồng quy tại 1 điểm.

**Bài 13:** Cho hình bình hành *ABCD,* gọi O là giao điểm hai đường chéo. Trên *AB* lấy điểm *K,* trên CD lấy điểm *I* sao cho *AK = CI.* Chứng minh ba điểm *K, O, I* thẳng hàng.

**Hướng dẫn**

Chứng minh được AKCI là hình bình hành ⇒ ĐPCM

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:** Cho hình bình hành *ABCD* (*AB > BC).* Tia phân giác của góc D cắt *AB ở E,* tia phân giác của góc *B* cắt CD ở *F.*

a) Chứng minh *DE//BE.* b) Tứ giác *DEBF* là hình gì?

**Lời giải**

a) Ta có  và  (có góc ở vị trí đồng vị bằng nhau).

b) Từ câu a) suy ra DEBF là hình bình hành.

**Bài 2:** Cho tứ giác *ABCD.* Gọi *M, N, P,* Q lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, BC, CD, DA* và *I, K* là trung điểm các đường chéo *AC, BD.* Chứng minh:

a) Các tứ giác *MNPQ, INKQ* là hình bình hành.

b) Các đường thẳng *MP, NQ, IK* đồng quy.

**Lời giải**

a) Tứ giác có các cạnh đối song song hoặc tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau nên là hình bình hành

b) Sử dụng tính chất đường chéo của hình bình hành ta có đpcm

**Bài 3:** Cho tam giác ABC. Từ 1 điểm E trên cạnh AC vẽ đường thẳng song song với BC cắt AB tại F và đường thẳng song song với AB cắt BC tại D. Giả sử AE = BF, chứng minh

****a. Tam giác AED cân b. AD là phân giác của góc A

**Hướng dẫn**

a. Chứng minh BDEF là hình bình hành  cân tại E

b. Ta có là phân giác của góc A

**Bài 4:** Cho hình bình hành ABCD có AD = 2AB. Từ C vẽ CE vuông góc với AB. Nối E với trung điểm M của AD. Từ M vẽ MF vuông góc với CE cắt BC tại N

a. Tứ giác MNCD là hình gì? b. Tam giác EMC là tam giác gì?

c. Chứng minh 

**Lời giải**

a. Ta có MNCD là hình bình hành

b. Chứng minh được F là trung điểm của CE cân tại M

c. Chứng minh được cân tại M

mà AE // MF nên 